Séquence n°14

# UTILISER DES EXPRESSIONS LITTERALES POUR RESOUDRE DES PROBLEMES (2)

## I. *Développer et factoriser*

*Rappels (à savoir)*

**Développer un produit**, c'est transformer ce produit en une somme (ou une différence).

**Factoriser une somme** (ou une différence), c'est la transformer en un produit.

**Factoriser**

Somme (+) ou différence (−) Produit (×)

**Développer**

*Distributivité simple* $\boxed{\mathbf{ab + ac = a(b+c)}}$.

somme ou différence produit

On dit que **a** est un « ***facteur commun*** »…

*Propriété (identique remarquable)*

Pour tout nombre **a** et **b**, on a : $\boxed{\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}}$

différence de deux carrés produit

**EXERCICE TYPE 1** **Transformer une expression littérale**

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 5x - 7x$ ; $B = 9x^2 - 4x^2$ ; $C = 5x + 7\times5$ ;

$D = 4(x+1) + (x+1)(x-2)$ ; $E = 9 - x^2$ ; $F = 25x^2 - 144$

*Solution*

$A = 5\underline{x} - 7\underline{x} = (5 - 7)\underline{x} = -2x$

$B = 9\underline{x^2} - 4\underline{x^2} = (9 - 4)\underline{x^2} = 5x^2$

$C = \underline{\mathbf{5}}x + 7\times\underline{\mathbf{5}} = \underline{\mathbf{5}}(x + 7)$

$D = 4\underline{\mathbf{(2x+1)}} + \underline{\mathbf{(2x+1)}}(x-1) = \underline{\mathbf{(2x+1)}}\,[4+(x-1)] = (2x+1)\,[4+x-1] = (2x+1)(x+3)$

On dit que $(2x+1)$ est le ***facteur commun***.

Pour E et F, on remarque l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ :

$E = 9 - x^2 = 3^2 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$

$F = 25x^2 - 144 = (5x)^2 - 12^2 = (5x + 12)(5x - 12)$

## II. *Exemples d'équations du second degré en 3e*

### *1. Résoudre une équation-produit nul*

*Propriété* Si un produit est égal à 0, alors l'un de ces facteurs est égal à 0.

**EXERCICE TYPE 2** ***Equation-produit nul de la forme*** $(ax + b)(cx + d) = \mathbf{0}$

Résoudre l'équation suivante : $(3x - 1)(7x + 2) = 0$

*Solution* D'après la propriété ci-dessus, comme le produit est nul, alors l'un de ces facteurs $(3x - 1)$ ou $(7x + 2)$ est égal à 0.

Donc : soit $3x - 1 = 0$ soit $7x + 2 = 0$

$3x = 1$ $7x = -2$

$x = \frac{1}{3}$ $x = -\frac{2}{7}$

L'équation $(3x - 1)(7x + 2) = 0$ a donc deux solutions : $x = \frac{1}{3}$ et $x = -\frac{2}{7}$.

### *2. Résoudre une équation de la forme* $x^2 = a$

*Propriété*

Si $\boldsymbol{a}$ est un nombre positif donné, l'équation $\boldsymbol{x^2 = a}$ a deux solutions $\boldsymbol{x} = -\sqrt{\boldsymbol{a}}$ et $\boldsymbol{x} = \sqrt{\boldsymbol{a}}$ .

**EXERCICE TYPE 3** ***Equation de la forme*** $x^2 = a$

Résoudre les deux équations suivantes : ***1.*** $x^2 = 25$ ***2.*** $x^2 = 17$

*Solution* **1.** L'équation $x^2 = 25$ a deux solutions :

soit $x = \sqrt{25} = \mathbf{5}$, soit $x = -\sqrt{25} = \mathbf{-5}$.

**2.** L'équation $x^2 = 17$ a deux solutions :

soit $x = \sqrt{17}$ , soit $x = -\sqrt{17}$

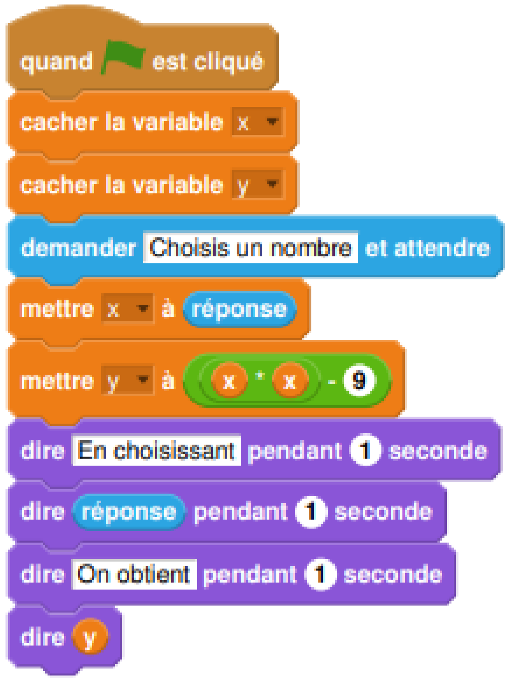
*Vérification* : avant de conclure, ne pas oublier de vérifier…

**1.** $5^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$.

**2.** $(\sqrt{17})^2 = 17$ et $(-\sqrt{17})^2 = 17$

**EXERCICE TYPE 4** ***Extrait de brevet…***

1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie –5.
2. Que renvoie le programme si on choisit au départ :
   - **a.** le nombre 5 ?
   - **b.** le nombre –4 ?
3. Déterminer le(s) nombre(s) qu'il faut choisir au Départ pour le programme renvoie 0.




<u>*Solution*</u>

1. Si on choisit 2 comme nombre de départ,
   on obtient : $2\times2-9=4-9=\mathbf{-5}$.
2. Si on choisit 5 comme nombre de départ : $5\times5-9=25-9=\mathbf{16}$
   Si on choisit –4 comme nombre de départ : $(-4)\times(-4)-9=16-9=\mathbf{7}$
3. On souhaite déterminer les nombres $x$ qu'il faut choisir au départ pour le programme renvoie 0, c'est-à-dire les nombres $x$ solutions de l'équation $x^2-9=0$.
   Autrement dit : $x^2-9=0$
   $x^2=9$
   soit $x=\sqrt{9}=\mathbf{3}$, soit $x=-\sqrt{9}=\mathbf{-3}$.
   Pour que le programme renvoie 0, il faut choisir au départ les nombres 3 ou –3.