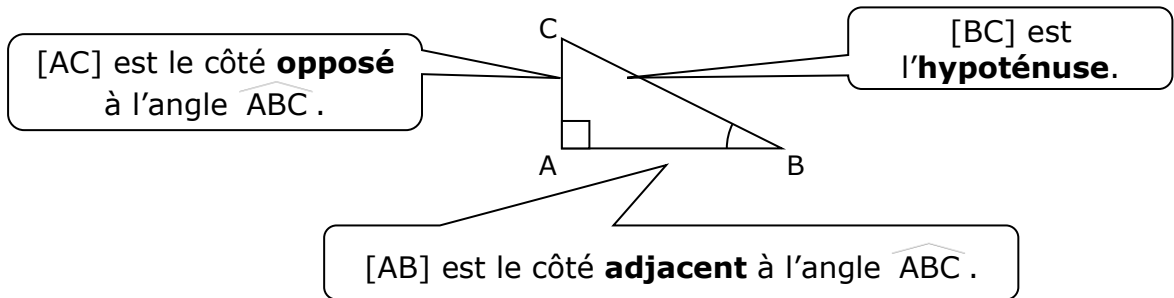


Fiche n°15

UTILISER LA TRIGONOMETRIE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

I. Rappel de 4^e : déterminer la mesure d'un angle aigu grâce au cosinus

Vocabulaire



Théorème et définition

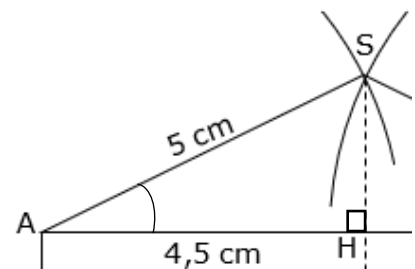
Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu donné, le quotient **longueur du côté adjacent à l'angle** / **longueur de l'hypoténuse** ne dépend que de la mesure de l'angle est appelé **cosinus de l'angle**.

Notation Dans le triangle ABC ci-dessus, on note alors par exemple : $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$

Remarque Comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle est toujours le plus grand côté, le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

EXERCICE TYPE 1 Déterminer la mesure d'un angle

Pour la performance de panneaux photovoltaïques, il est important de connaître l'inclinaison de ceux-ci. L'inclinaison est ici représentée par l'angle \widehat{HAS} . Déterminer la mesure de l'inclinaison \widehat{HAS} . On donnera une valeur arrondie au degré près.



Aide « Calculatrice » **Pour déterminer un angle connaissant son cosinus**

Pour déterminer un angle connaissant son cosinus, on utilise la touche correspondant à \arccos ou \cos^{-1} que l'on atteint souvent grâce à la touche seconde ou INV ou Shift ...

Exemple (avec une Casio fx-92+ Spéciale Collège) :

Pour trouver l'angle \widehat{ABC} tel que $\cos(\widehat{ABC}) = 0,67$, on tape : $\text{seconde} \arccos 0,67$ et on obtient à l'écran : $\widehat{ABC} = \arccos(0,67) \approx 47,9^\circ$.

Solution de l'exercice-type 3

D'après la situation, on sait que le triangle HAS est rectangle en H.

D'après la leçon, on peut donc utiliser la définition du cosinus :

$$\cos(\widehat{HAS}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{HAS}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AH}{AS}$$

D'après les données : $\cos(\widehat{HAS}) = \frac{4,5}{5} = 0,9$

Avec la calculatrice, on obtient : $\widehat{HAS} = \arccos(0,9) \approx 26^\circ$.

II. Déterminer la mesure d'un angle aigu grâce à la trigonométrie

Théorème (admis)

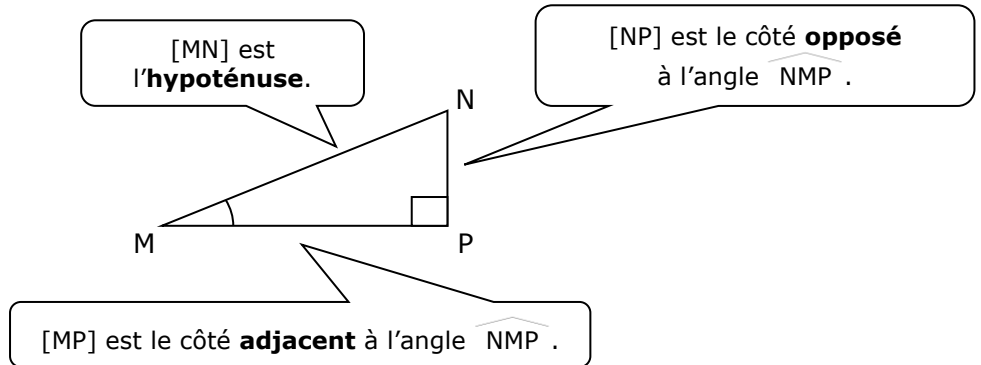
Dans un triangle MNP rectangle en P, on a les formules de trigonométrie suivantes :

- ✕ $\cos(\widehat{NMP}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{NMP}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- ✕ $\sin(\widehat{NMP}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{NMP}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$
- ✕ $\tan(\widehat{NMP}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{NMP}}{\text{longueur du côté adjacent}}$



Autrement dit :

- ✕ $\cos(\widehat{NMP}) = \frac{MP}{MN}$
- ✕ $\sin(\widehat{NMP}) = \frac{NP}{MN}$
- ✕ $\tan(\widehat{NMP}) = \frac{NP}{MP}$



Bien connaître sa calculatrice

- Les touches **cos**, **sin** et **tan** de la calculatrice s'utilisent comme vu dans le paragraphe précédent...
- Attention ! Il existe plusieurs unités pour les angles (degrés, radians, grades). Au collège, on n'utilise que les degrés (°). Avant d'utiliser sa calculatrice, il faut donc toujours vérifier qu'elle est en mode « degré » : pour cela, vous devez regarder la notice de votre calculatrice...

EXERCICE TYPE 2

On considère le triangle JUS rectangle en J ci-contre. Déterminer une valeur arrondie au degré près de l'angle \widehat{JSU} .

Solution

D'après l'énoncé, on sait que le triangle JUS est rectangle en J. D'après la leçon, on peut donc utiliser la trigonométrie.

Dans ce triangle, on sait que : - JU = 2 cm (côté opposé à \widehat{JSU})
- US = 5 cm (hypoténuse)

$$\sin(\widehat{JSU}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{JSU}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{JU}{US}$$

D'après les données, on a donc : $\sin(\widehat{JSU}) = \frac{2}{5} = 0,4$

Grâce à la calculatrice, on a donc : $\widehat{JSU} = \arcsin(0,4) \approx 24^\circ$.

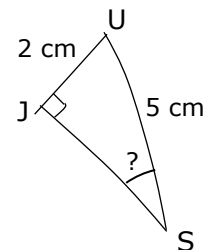


Figure à main levée

A partir des données, je détermine la formule à utiliser : **sinus**.

III. Déterminer la longueur d'un côté

EXERCICE TYPE 3

On considère le triangle HAT rectangle en A ci-contre.
 Combien mesure la longueur réelle de l'hypoténuse [HT] ?
 On donnera une valeur arrondie au centième près.

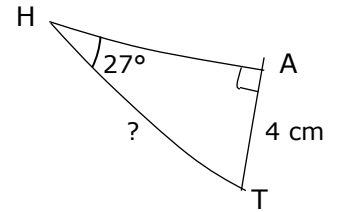


Figure à main levée

Solution

D'après l'énoncé, on sait que le triangle HAT est rectangle en A.
 D'après la leçon, on peut donc utiliser la trigonométrie.

Dans ce triangle, on sait que $\widehat{AHT} = 27^\circ$ et $AT = 4 \text{ cm}$ (côté opposé à \widehat{AHT}),
 et je cherche la longueur de l'hypoténuse [HT].

$$\sin(\widehat{AHT}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{AHT}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AT}{HT}$$

A partir des données et de ce que je cherche, je détermine la formule à utiliser : **sinus**.

Avec les données, on a donc : $\sin(27) = \frac{4}{HT}$ ou encore $\frac{\sin(27)}{1} = \frac{4}{HT}$

Grâce au produit en croix, on a : **HT = $\frac{4 \times 1}{\sin(27)} \approx 8,81 \text{ cm}$.**

EXERCICE TYPE 4

On considère le triangle SOL rectangle en L ci-contre.
 Combien mesure la longueur réelle du côté [SL] ?
 On donnera une valeur arrondie au millimètre près.

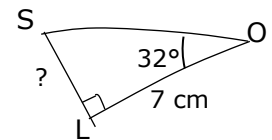


Figure à main levée

Solution

D'après l'énoncé, on sait que le triangle SOL est rectangle en L.
 D'après la leçon, on peut donc utiliser la trigonométrie.

Dans ce triangle, on sait que $\widehat{SOL} = 32^\circ$ et $OL = 7 \text{ cm}$ (côté adjacent à \widehat{SOL}),
 et je cherche la longueur du côté opposé [SL].

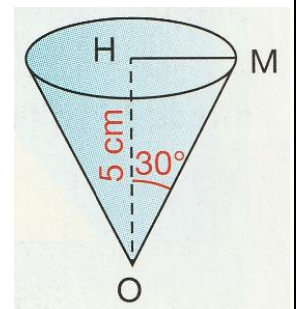
$$\tan(\widehat{SOL}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{SOL}}{\text{longueur de côté adjacent}} = \frac{SL}{OL}$$

A partir des données et de ce que je cherche, je détermine la formule à utiliser : **tangente**.

D'où : $\tan(32) = \frac{SL}{7}$ ou encore $\frac{\tan(32)}{1} = \frac{SL}{7}$, soit : **SL = $\frac{7 \times \tan(32)}{1} \approx 4,4 \text{ cm}$.**

EXERCICE TYPE 5

On considère le cône de révolution d'axe (OH) représenté ci-contre en perspective cavalière.
 Combien mesure la longueur réelle de côté [OM] de la base de ce cône ?
 On donnera une valeur arrondie au millimètre près.



Solution

Comme (OH) est l'axe du cône, le triangle OHM est rectangle en H.
 D'après la leçon, on peut donc utiliser la trigonométrie.

D'après les données, on a $\widehat{HOM} = 30^\circ$ et $OH = 5 \text{ cm}$ (côté adjacent à \widehat{HOM})
 et je cherche la longueur de l'hypoténuse [OM].

$$\cos(\widehat{HOM}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{HOM}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{OH}{OM}$$

A partir des données et de ce que je cherche, je détermine la formule à utiliser : **cosinus**.

Avec les données, on a : $\cos(30) = \frac{5}{OM}$ d'où $\frac{\cos(30)}{1} = \frac{5}{OM}$ et **OM = $\frac{5 \times 1}{\cos(30)} \approx 5,8 \text{ cm}$.**