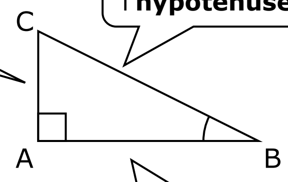
Fiche n°17

UTILISER LA TRIGONOMETRIE DU TRIANGLE RECTANGLE : COSINUS

I. *Définition*



Théorème (admis)

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu donné,
le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$ ne dépend que de la mesure de l'angle

Définition

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu donné,
le quotient $\dfrac{\textbf{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\textbf{longueur de l'hypoténuse}}$ est appelé **cosinus** de l'angle.

Notation Dans le triangle ABC ci-dessus, on note alors par exemple : $\mathbf{\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC}}$

Remarque Comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle est toujours le plus grand côté, le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

II. *Avec la calculatrice !*

Attention ! *Il existe plusieurs unités pour les angles (degrés, radians, grades). En classe de quatrième, vous ne connaissez que les degrés (°)…*
Avant d'utiliser sa calculatrice, il faut donc toujours vérifier qu'elle est ***en mode « degré ».***
Pour cela, vous devez regarder la notice de votre calculatrice…

1. *Déterminer le cosinus d'un angle dont on connaît la mesure*

Pour déterminer avec une calculatrice le cosinus d'un angle dont on connaît la mesure on utilise la touche $\boxed{\text{cos}}$.

Exemple. Déterminer un arrondi à 0,001 près de cos 43°.

On tape $\boxed{\text{cos}}\boxed{4}\boxed{3}$ (ou $\boxed{4}\boxed{3}\boxed{\text{cos}}$).

On obtient 0,731 353 7 (cela dépend du degré de précision de la calculatrice).

Donc cos 43° ≈ 0,731.

2. *Déterminer la mesure d'un angle dont on connaît le cosinus*

Pour déterminer un angle avec une calculatrice, connaissant son cosinus, on utilise la touche correspondant à « $\cos^{-1}$ » que l'on atteint souvent avec la touche $\boxed{\text{INV}}$ ou $\boxed{\text{2nd}}$ ou $\boxed{\text{SCHIFT}}$ ou… voir le mode d'emploi de votre calculatrice.

Exemple. Déterminer une troncature à 0,1° près de x, sachant que $\cos x = 0{,}67$.

On tape $\boxed{\cos^{-1}}\boxed{0}\boxed{,}\boxed{6}\boxed{7}$.

On obtient 47,932 93 (cela dépend du degré de précision de la calculatrice).

Donc $x \approx 47{,}9°$.

III. *Exemples d'utilisation dans des triangles rectangles*

EXERCICE TYPE 1 **Déterminer la longueur de l'hypoténuse**

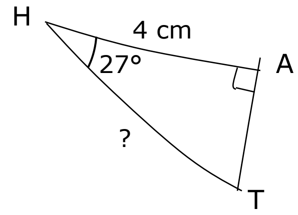


Figure à main levée

On considère le triangle HAT rectangle en A ci-contre.
Combien mesure la longueur réelle de l'hypoténuse [HT] ?
On donnera une valeur arrondie au centième près.

<u>*Solution*</u>

D'après l'énoncé, on sait que le triangle HAT est rectangle en A.
D'après la leçon, on peut donc utiliser la définition du cosinus.

on peut donc écrire : $\cos(\widehat{AHT}) = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{AHT}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \dfrac{HA}{HT}$

D'après les données, on a donc : $\cos(27) = \dfrac{4}{HT}$ ou encore $\dfrac{\cos(27)}{1} = \dfrac{4}{HT}$.

Grâce au produit en croix, on a : $HT = \dfrac{4 \times 1}{\cos(27)} \approx 4{,}49$ cm.

EXERCICE TYPE 2 **Déterminer la longueur du côté adjacent de l'angle aigu**

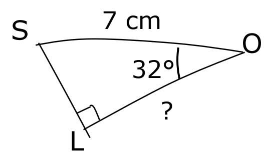


Figure à main levée

On considère le triangle SOL rectangle en L ci-contre.
Combien mesure la longueur réelle de l'hypoténuse [HT] ?
On donnera une valeur arrondie au millimètre près.

<u>*Solution*</u>

D'après l'énoncé, on sait que le triangle SOL est rectangle en L.
D'après la leçon, on peut donc utiliser la définition du cosinus.

on peut donc écrire : $\cos(\widehat{SOL}) = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{SOL}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \dfrac{OL}{OS}$

D'après les données, on a donc : $\cos(32) = \dfrac{OL}{7}$ ou encore $\dfrac{\cos(32)}{1} = \dfrac{OL}{7}$.

Grâce au produit en croix, on a : $OL = 7 \times \cos(32) \approx 5{,}9$ cm.

EXERCICE TYPE 3 **Déterminer la mesure d'un angle aigu**

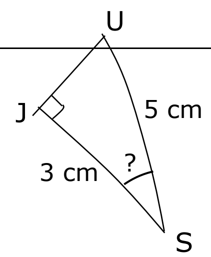


Figure à main levée

On considère le triangle JUS rectangle en J ci-contre.
Déterminer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{JSU}$.

<u>*Solution*</u>

D'après l'énoncé, on sait que le triangle JUS est rectangle en J.
D'après la leçon, on peut donc utiliser la définition du cosinus.

on peut donc écrire : $\cos(\widehat{JSU}) = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{JSU}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \dfrac{SJ}{SU}$

D'après les données, on a donc : $\cos(\widehat{JSU}) = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

Grâce à la calculatrice, on a donc : $\widehat{JSU} = \cos^{-1}(0{,}6) \approx 53°$.