

Fiche n°4

COMPRENDRE ET UTILISER LA DIVISIBILITE DES ENTIERS**I. Critères de divisibilité**Critères de divisibilité (rappel de 6^{ème} à connaître par cœur)

Un nombre entier est :

- × **divisible par 2** si son **chiffre des unités** est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- × **divisible par 5** si son **chiffre des unités** est 0 ou 5 ;
- × **divisible par 10** si son **chiffre des unités** est 0 ;
- × **divisible par 3** si la **somme de ces chiffres** est divisible par 3 ;
- × **divisible par 9** si la **somme de ces chiffres** est divisible par 9.

Exemples Parmi les entiers suivants : 19 ; 25 ; 27 ; 40 ; 132 ; 133 ; 246 ; 2 385 ; 17 124× les entiers divisibles par 2 sont : **40 ; 132 ; 246 ; 17 124**× les entiers divisibles par 5 sont : **25 ; 40 ; 2 385**× l'entier divisible par 10 est : **40**

× les entiers divisibles par 3 sont : 27 ; 132 ; 246 ; 2 385 ; 17 124

× les entiers divisibles par 9 sont : 27 ; 2 385

 $1+7+1+2+4 = 15$
 et 15 est dans la table de 3...

 $2+3+8+5 = 18$ et 18 est dans la table de 9.
II. Décomposer avec des nombres premiers...Définition Un **nombre premier** est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.Contre- exemple 6 n'est donc pas un nombre premier car $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$.
6 a donc plus que deux diviseurs : 1, 2, 3 et 6.Exemples Grâce aux tables de multiplication, on peut trouver les nombres premiers compris entre 1 et 30 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.**EXERCICE TYPE 3** **1.** Décomposer **42, 45** et **60** en produit de nombres premiers.**2.** A l'aide de la question **1.**, simplifier les fractions $\frac{45}{42}$, $\frac{42}{60}$ et $\frac{60}{45}$ Solution **1.** Avec les tables de multiplication (ou les règles de divisibilité), on a :

$$42 = 6 \times 7 = \mathbf{3 \times 2 \times 7} \quad 45 = 5 \times 9 = \mathbf{5 \times 3 \times 3} \quad 60 = 6 \times 10 = \mathbf{3 \times 2 \times 2 \times 5}$$

2. Utilisons les décompositions en produit de nombres premiers ci-dessus :

$$\frac{45}{42} = \frac{\mathbf{5 \times 3 \times 3}}{\mathbf{3 \times 2 \times 7}} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{14}} \quad \frac{42}{60} = \frac{\mathbf{3 \times 2 \times 7}}{\mathbf{3 \times 2 \times 2 \times 5}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}} \quad \frac{60}{45} = \frac{\mathbf{3 \times 2 \times 2 \times 5}}{\mathbf{5 \times 3 \times 3}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$$

III. Avec la division euclidienne...

Exemple (rappel) Effectuons la division euclidienne de 754 par 8 :

Vérification :

$$2 < 8$$

$$8 \times 94 + 2 = 754$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividende} \rightarrow 754 \quad | \quad 8 \quad \leftarrow \text{Diviseur} \\
 - 72 \\
 \hline
 34 \\
 - 32 \\
 \hline
 2 \\
 \text{Reste} \rightarrow
 \end{array}$$



Avec la calculatrice...

On peut utiliser la touche $\boxed{\frac{\dots}{\dots}}$.

Si on tape $754 \boxed{\frac{\dots}{\dots}} 8$, on obtient comme ci-dessus : $Q = 94$ et $R = 2$.

EXERCICE TYPE 4

On considère les fractions suivantes : $G = \frac{11}{7}$ $H = \frac{31}{8}$ $I = \frac{67}{12}$

Donner une écriture du type $a + \frac{b}{c}$ où a , b et c sont des nombres entiers tels que $b < c$.

Solution

Effectuons des divisions euclidiennes :

Comme $11 = 7 \times 1 + 4$, on a : $G = \frac{11}{7} = 1 + \frac{4}{7}$

Comme $29 = 8 \times 3 + 5$, on a : $H = \frac{29}{8} = 3 + \frac{5}{8}$

Comme $67 = 12 \times 5 + 7$, on a : $I = \frac{67}{12} = 5 + \frac{7}{12}$



Avec la calculatrice...

On peut utiliser la touche $\boxed{a + \frac{b}{c}}$ de la calculatrice....