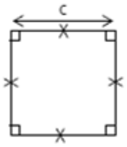
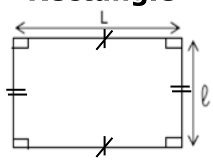
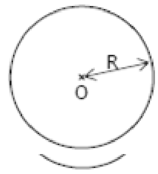
Chapitre n°6

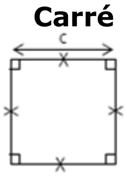
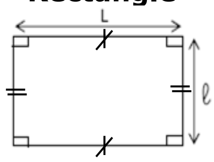
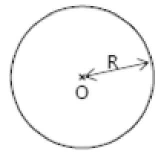
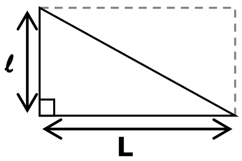
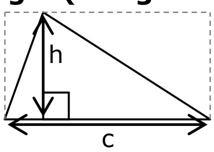
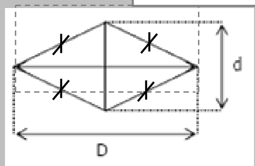
GRANDEURS ET MESURES DE L'ESPACE

I. *Périmètres et aires de figures planes*

Définitions Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.
L'**aire** d'une figure est la mesure de la surface comprise à l'intérieure de celle-ci.

Formulaires (à connaître par cœur, sauf pour le losange) :

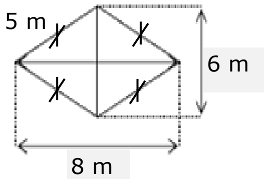
Périmètres de figures planes		
Carré  Périmètre = **4×c**	**Rectangle**  Périmètre = **2×(L+ℓ)**	**Cercle**  Périmètre = **2×π×R**

Aires de figures planes		
Carré  Aire = **c×c**	**Rectangle**  Aire = **L×ℓ**	**Disque**  Aire = **π×R×R**
Triangle rectangle  Aire = $\frac{\mathbf{L \times \ell}}{\mathbf{2}}$	**Triangle (cas général)**  Aire = $\frac{\mathbf{c \times h}}{\mathbf{2}}$	**Losange** HORS PROGRAMME mais à savoir utiliser…  Aire = $\frac{\mathbf{D \times d}}{\mathbf{2}}$

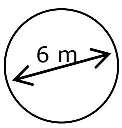
EXERCICE TYPE 1 **Comparer des périmètres et des aires**

On a représenté ci-dessous trois jardins aux formes originales…

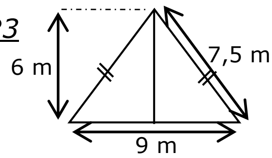
Jardin n°1



Jardin n°2



Jardin n°3



1. Lequel de ces jardins permet de planter le plus de légumes ?

2. Et lequel nécessite la moins grande longueur de grillage pour le protéger des lièvres ?

Solution

1. Calculons l'aire de chaque jardin :

$\mathbf{A_1} = \frac{D \times d}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = \mathbf{24\ m^2}$; $\mathbf{A_2} = \pi \times R \times R = \pi \times 3 \times 3 \approx \mathbf{28{,}3\ m^2}$; $\mathbf{A_3} = \frac{c \times h}{2} = \frac{9 \times 6}{2} = \mathbf{27\ m^2}$.

C'est le jardin n°2 qui permet de planter le plus de légumes à l'intérieur.

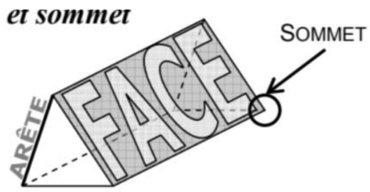
2. Le grillage entoure les jardins. Calculons donc le périmètre de chaque jardin :

$\mathbf{P_1} = 4 \times 5 = \mathbf{20\ m}$; $\mathbf{P_2} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 3 \approx \mathbf{18{,}8\ m}$; $\mathbf{P_3} = 9 + 7{,}5 + 7{,}5 = \mathbf{24\ m}$.

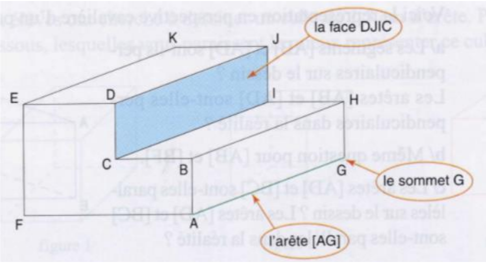
C'est donc aussi le jardin n°2 qui nécessite la moins grande longueur de grillage.

II. Volume des solides de l'espace

1. Vocabulaire des solides de l'espace



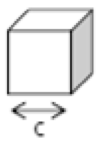
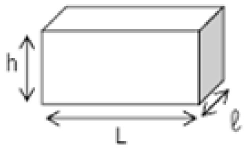
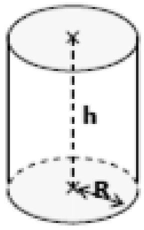
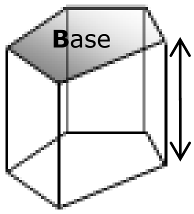
Exemple



Les points A, B, C, K, I, … sont des **sommets** du solide.
Les segments [AB], [KJ] [HG], … sont des **arêtes** du solide.
ABCDEF, ABGH, ICBH, … sont des **faces** du solide.

2. Volume de quatre solides de l'espace

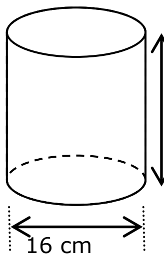
Formulaire (à connaître par cœur) :

Volume de solides			
Cube	**Pavé droit** *(parallélépipède rectangle)*	**Cylindre** (de révolution)	**Prisme droit**
			
Volume = **c×c×c**	Volume = **L×ℓ×h**	Volume = **π×R×R×h**	Volume = **B×h** *(où B est **l'aire** de la Base)*

EXERCICE TYPE 2 **Comparer des volumes**

On remplit entièrement d'eau un « vase rectangulaire » de base carrée de côté 12 cm et de hauteur 25 cm.

Pourra-t-on verser toute cette eau dans le vase cylindrique schématisé ci-contre ?



Solution

Pour répondre à la question, il nous faut comparer les volumes des deux vases.

¤ Calculons le volume V_1 du « vase rectangulaire ».
L'expression « rectangulaire » indique que ce vase est un pavé droit.
On a donc : $\mathbf{V_1 = L \times \ell \times h} = 12 \times 12 \times 25 = \mathbf{3\,600\ cm^3}$.

¤ Pour calculer le volume V_2 du vase cylindrique, il nous faut le rayon (**R** = 8 cm) ainsi que la hauteur (**h** = 20 cm) :
On a donc : $\mathbf{V_2} = \pi \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{h} = \pi \times 8 \times 8 \times 20 \approx \mathbf{4\,021\ cm^3}$.

¤ Comme 3 600 cm^3 < 4 021 cm^3, la quantité d'eau présente dans le vase rectangulaire pourra être complètement versée dans le vase cylindrique.

III. *Unités de mesure et conversions*

Tableau de conversion des longueurs, aires et volumes

- **Longueurs** :

En dimension 1 :
1 dm = 10 cm

kilo-	*hecto-*	*déca-*		*déci-*	*centi-*	*milli-*
unité de mille	*centaine*	*dizaine*	*UNITE*	*dixième*	*centième*	*millième*
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
1	**5**	**3**	**4**	**2**	**0**	

- **Aires** :

En dimension 2 :
1 dm² = 100 cm²

	km²		**hm²**		**dam²**		**m²**		**dm²**		**cm²**		**mm²**
			ha .		**a** .								
							1	**2**	**0**	**0**	**0**		
		5	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**						

- **Volumes** :

En dimension 3 :
1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³

m³			**dm³**			**cm³**			**mm³**
	hL	**daL**	**L**	**dL**	**cL**	**mL**			
4	**1**	**8**	**0**						
			0	**0**	**1**	**2**			
	3	**4**	**6**	**9**					
		3	**4**	**2**	**0**	**0**			

EXERCICE TYPE 3 Convertir et compléter les pointillés.

- 1**5**,342 **hm** = 1 53**4**, 2 **m** = 153 42**0 cm**
- **1**,20 **m²** = 12 00**0 cm²** ; 500 00**0 m²** = 5**0 hm²** = 5**0 ha**
- **4**,18 **m³** = 4 18**0 dm³** ; 12 cm³ = **0**,012 **dm³**
- 3,469 hL = 34**6**,9 **L** = 3469 dL ; 3**4**,2 **L** = 3**4**,2 **dm³** = 34 20**0 cm³** = 34 20**0 mL**

EXERCICE TYPE 4 Un vase cylindrique de diamètre 12 cm et de hauteur 9 cm peut-il contenir un litre d'eau ?

Solution

Pour calculer le volume **V** du vase, il nous connaître le rayon (**R** = 12 ÷ 2 = 6 cm) et la hauteur (**h** = 9 cm) :

$\mathbf{V} = \pi \times \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{h} = \pi \times 6 \times 6 \times 9 \approx \mathbf{1\ 018\ cm^3}$.

Convertissons cette mesure en dm³ (donc en L) :

$\mathbf{V} \approx 1\ 018\ \text{cm}^3 \mathbf{=} 1{,}018\ \text{dm}^3 = 1{,}018\ \text{L}$.

Comme 1,018 L > 1 L, ce vase peut contenir un litre d'eau.