

Chapitre n°2
UNE NOUVELLE TRANSFORMATION : LA SYMETRIE CENTRALE

Preliminaire (exposé oral d'introduction, non présent dans le cahier de l'élève)

Dans la nature, en arts plastiques, en architecture, en sciences de la vie et de la terre, en optique, etc., on utilise régulièrement des transformations de figures...

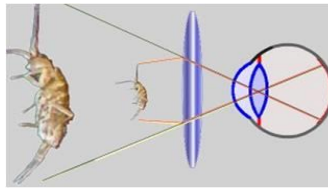
Voici quelques exemples :



Œuvre d'Escher (pavage)



Papillon (symétrie axiale)



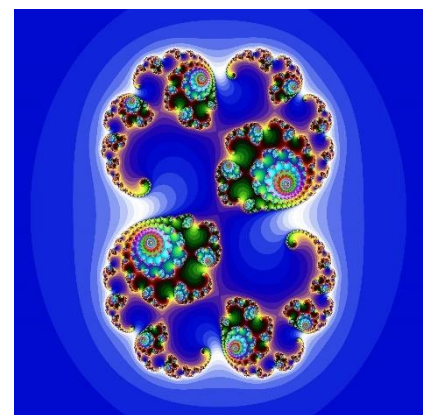
Loupe (agrandissement)



Miroir cylindrique (anamorphose)

Au cycle 3, les élèves ont étudié la symétrie axiale. Plusieurs autres transformations géométriques vont être étudiées au cycle 4 (de la 5^{ème} à la 3^{ème}). Et d'autres comme l'anamorphose ne sont pas au programme du collège...

En 5^{ème}, nous allons travailler sur une nouvelle transformation géométrique qui permet aussi d'obtenir de fantastiques figures, comme la fractale ci-contre.

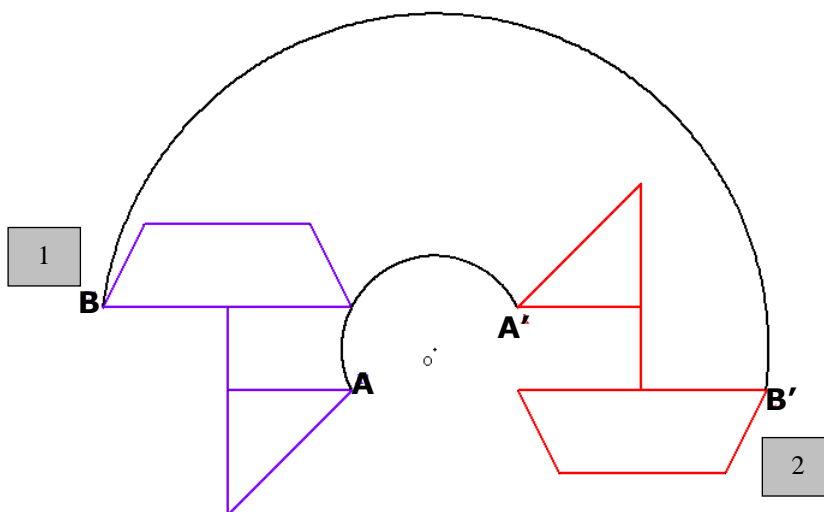


Fractale

I. Symétrie centrale : définition et vocabulaire

Définition Une **symétrie centrale** est un demi-tour autour d'un point appelé **centre de symétrie**.

Exemple



On dit que A' est le **symétrique** de A **par rapport au point O** ou encore que les points B et B' sont symétriques par rapport au point O.

On dit aussi que le symétrique de la figure 1 par rapport au point O est la figure 2.

II. Symétrie axiale ou symétrie centrale ?

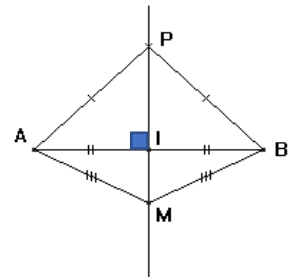
1. Pour ne pas confondre symétrie axiale et symétrie centrale !

	Symétrie centrale	Symétrie axiale
On effectue :	• « un demi-tour »	• « un pliage » (miroir)
Par rapport à :	• un centre de symétrie (point)	• un axe de symétrie (droite)
Figure :		
Caractéristique :	<ul style="list-style-type: none"> Le centre de symétrie est le milieu de tous les segments qui relient un point A et son symétrique A'. 	<ul style="list-style-type: none"> L'axe de symétrie est la médiatrice de tous les segments qui relient un point P et son symétrique P'.

2. Rappels : médiatrice d'un segment (pour la symétrie axiale)

Définition La **médiatrice d'un segment** est la droite qui :
 ✕ est **perpendiculaire** à ce segment,
 ✕ **et** qui **pass**e par le **milieu** de ce segment.

Exemple La droite (d) est la médiatrice du segment [AB] :
 • (d) est perpendiculaire à [AB] ;
 • (d) coupe le segment [AB] en son milieu I.



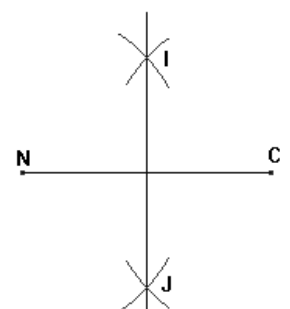
Propriété Un point de la médiatrice d'un segment est un point situé à la même distance (« **équidistant** ») des extrémités de ce segment.

Exemple Sur la figure ci-dessus, on a : $MB = MA$; $IA = IB$; $PA = PB$.
 On dit que les points M, I et P sont équidistants des points A et B.
 La droite (PM) est donc la médiatrice du segment [AB].

Construction **avec le compas** d'une médiatrice

Pour tracer la médiatrice d'un segment [NC] :

- ☞ De chaque côté du segment, on trace deux arcs de cercle **de même rayon** (un de centre N et un de centre C) ;
- ☞ Les arcs de cercle se coupent en deux points I et J, équidistants de N et de C : la droite (IJ) est la médiatrice du segment [NC].



III. Construire le symétrique d'un point (avec le compas)

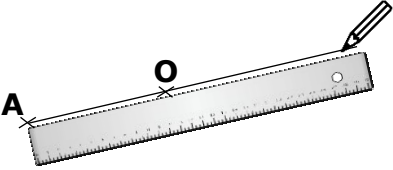
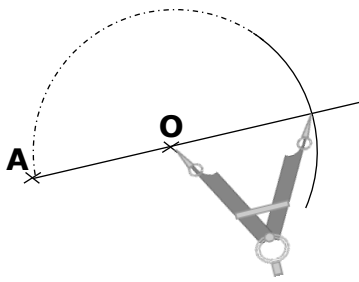
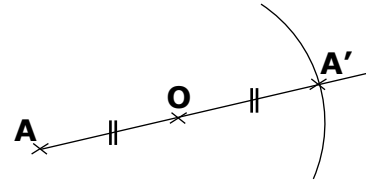
1. Par rapport à un point (symétrie centrale)

Propriété Si le point O est le **milieu** d'un segment [AA'], alors A' est le symétrique de A par la **symétrie centrale** de centre O.

EXERCICE TYPE 1 Construire le symétrique d'un point par rapport à un point

Tracer le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O.

Solution :

		
<p>Avec la règle (sans utiliser les graduations), on trace la demi-droite [AO]</p>	<p>Avec le compas, on reporte la longueur AO sur la demi-droite [AO), à partir du point O</p>	<p>On place le point A' à l'intersection de la demi- droite et de l'arc de cercle.</p>
<p>On code la figure et on laisse tous les traits de construction visibles.</p>		

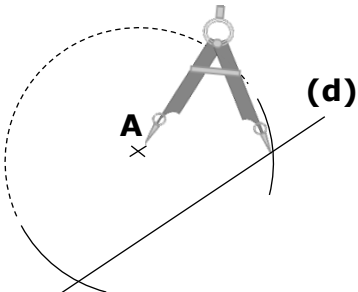
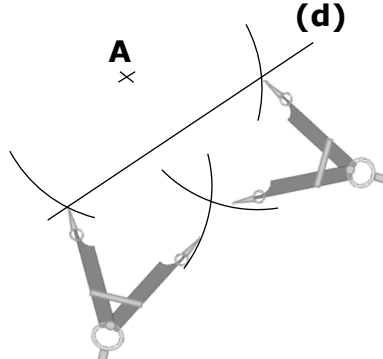
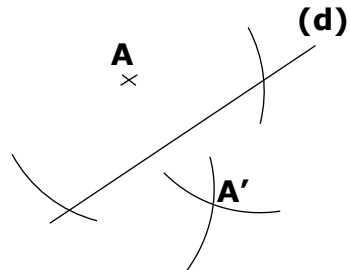
2. Rappels : par rapport à une droite (symétrie axiale)

Propriété Si une droite (d) est la **médiatrice** d'un segment [AA'], alors A' est le symétrique de A par la **symétrie axiale** d'axe (d).

EXERCICE TYPE 2 Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

Tracer le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à (d).

Solution :

		
<p>Avec Le compas, on place deux points sur la droite (d).</p>	<p>Sans changer l'écartement du compas, on trace deux arcs de cercle de l'autre côté de l'axe.</p>	<p>On place le point A' A l'intersection des deux arcs de cercle.</p>
<p>On laisse tous les traits de construction visibles.</p>		

IV. Construire le symétrique de toute une figure

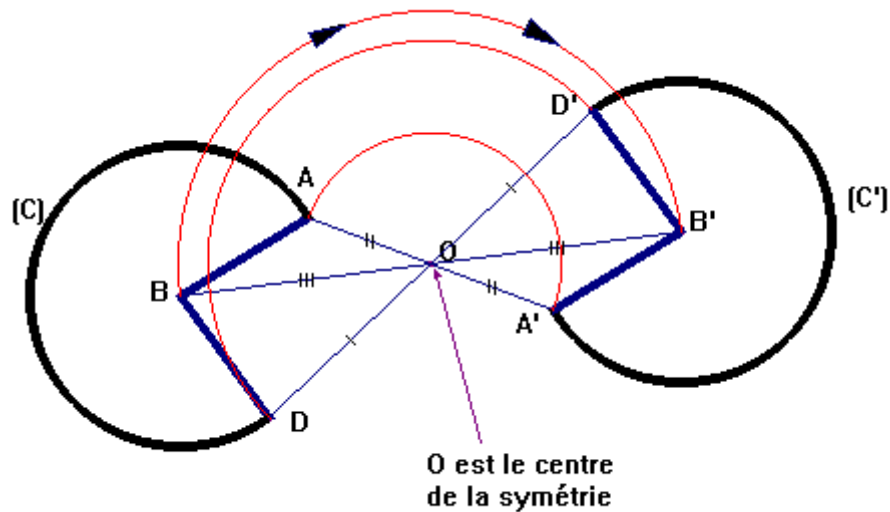
Méthode Construire le symétrique d'une figure...

Pour construire le symétrique d'un point par symétrie centrale ou axiale :

1. On nomme tous les points importants de la figure ;
2. On construit le symétrique de chaque point de cette figure (point par point)
3. On reconstitue la figure symétrique obtenue exactement comme la figure initiale.

EXERCICE TYPE 3

Construire le symétrique d'une figure par rapport à un point (symétrie centrale)

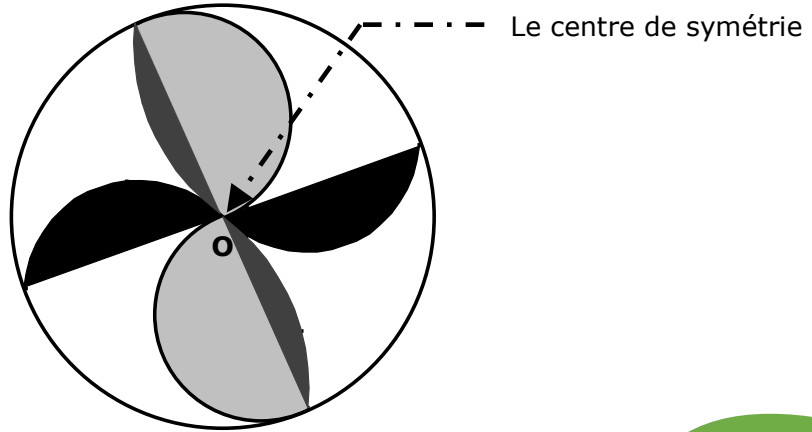


Remarque La figure symétrique doit avoir toutes les mêmes mesures que la figure initiale.

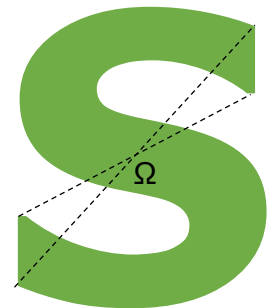
V. Centre de symétrie d'une figure

Définition Un point est le **centre de symétrie d'une figure** lorsque le symétrique de la figure par rapport à ce point est elle-même.

Exemples Le point O est le centre de symétrie de cette figure : si on effectue un demi-tour autour de O, la figure obtenue se superpose avec la figure initiale...



Le point Ω est le centre de symétrie de la lettre S : si on effectue un demi-tour autour de Ω , la figure obtenue est toujours un S qui se superpose exactement avec la figure initiale...

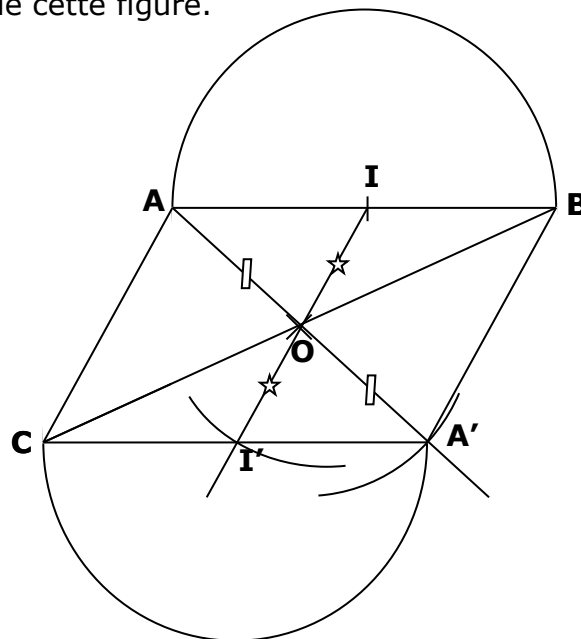


Info : le symbole Ω se dit « Oméga » (lettre O en grec).

EXERCICE TYPE 4 Centre de symétrie d'une figure

Sur la figure ci-dessous, le point O doit être le centre de symétrie de la figure. Compléter la construction de cette figure.

Solution :



Remarque : pour cette construction, on sait notamment que le rayon des deux demi-cercles sont égaux car, d'après la leçon, « si deux cercles sont symétriques par rapport à un point, alors ils ont le même rayon ».