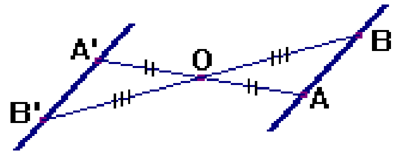
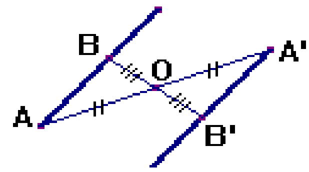
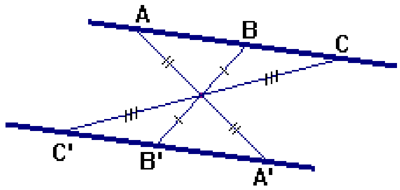
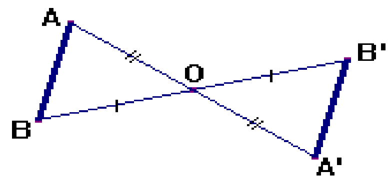
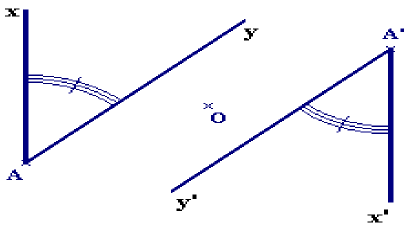
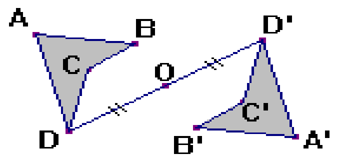
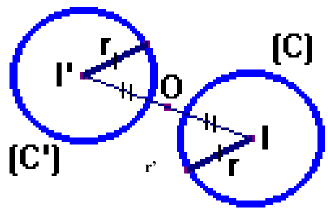
Chapitre n°4

SYMETRIES : PROBLEMES DE CONSTRUCTION

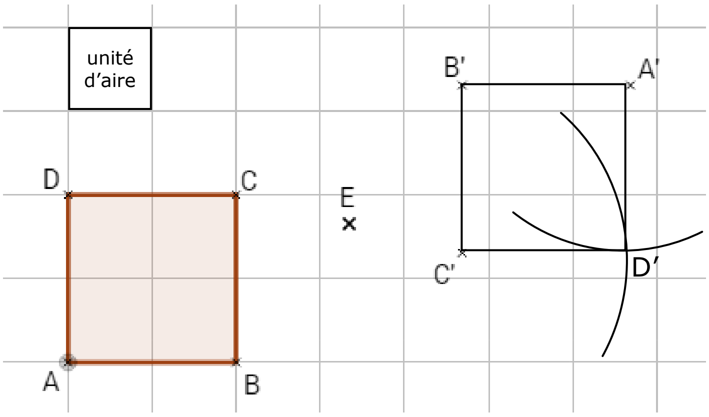
I. *Propriétés de la symétrie centrale*

Propriétés et figures-clé

Si deux **droites** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces droites sont **parallèles** . Sur la figure-clé, on peut conclure que : (AB) // (A’B’)	
Si deux **demi-droites** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces demi-droites sont **parallèles** mais sont de **sens contraire**.	
Si trois points sont **alignés**, **alors** leurs symétriques sont aussi **alignés**. Sur la figure-clé, on peut conclure que : A’, B’ et C’ sont alignés	
Si deux **segments** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces segments ont la **même longueur** . Sur la figure-clé, on peut conclure que : AB = A’B’	
Si deux **angles** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces angles ont la **même mesure**. Sur la figure-clé, on peut conclure que : $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$	
Si deux **figures** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces figures ont la **même aire**. Sur la figure-clé, on peut conclure que les figures ABCD et A’B’C’D’ ont la même aire. (elles peuvent se superposer)	
Si deux **cercles** sont symétriques par rapport à un point, **alors** ces cercles ont le **même rayon**. Sur la figure-clé, on peut conclure que les cercles (C) et (C’) ont le même rayon (r = r’)	

EXERCICE TYPE 1 **Uniquement au compas**

Avec un logiciel de géométrie, on a obtenu la figure ci-dessous où ABCD est un carré et où A', B' et C' sont les symétriques respectifs de s points A, B et C par rapport au point E.



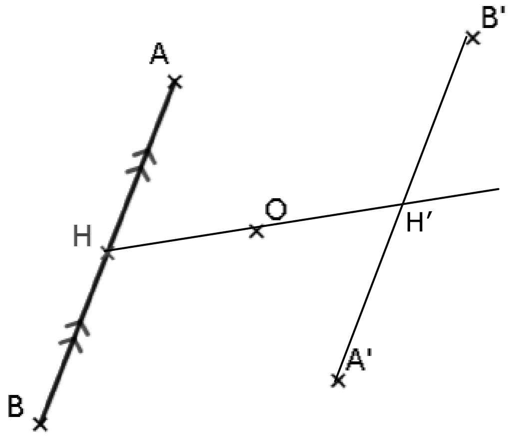
1. Construire le point D', symétrique du point B par rapport au point O <u>uniquement avec le compas</u> (sans utiliser la règle…).
2. En prenant un carreau comme unité d'aire, déterminer l'aire du carré A'B'C'D'. Justifier.

<u>Solution</u>

1. Grâce à la propriété « Si deux segments sont symétriques par rapport à un point, alors ces segments ont la même longueur. », on a reporté uniquement avec le compas les longueurs AD et CD à partir des points A' et C' pour trouver le point D'…
2. Le carré A'B'C'D' a la même aire que le carré ABCD car, d'après la leçon, « si deux figures sont symétriques par rapport à un point, alors elles ont la même aire ».
L'aire du carré A'B'C'D' est donc de 4 carreaux.

EXERCICE TYPE 2 **Uniquement avec la règle**

A l'aide d'un logiciel de géométrie, on a obtenu la figure ci-contre où les points A' et B' sont les symétriques des points A et B par la symétrie de centre O.



1. Construire le point H', symétrique du point H par rapport au point O <u>uniquement avec la règle.</u>
(sans utiliser les graduations)
2. Que représente le point H' pour le segment [A'B'] ?
Justifier à l'aide d'une propriété de la leçon.

<u>Solution</u>

1. Grâce à la propriété « Si trois point sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont aussi alignés », il suffit de tracer les demi-droites [HO) puis le segment [AB].
2. Comme vu ci-dessus, on sait que les points A', H' et B' sont alignés.
Mais, d'après la leçon, « si deux segments sont symétriques par rapport à un point, alors ces segments ont la même longueur ». On peut donc en conclure que les segments [A'H'] et [H'B'] ont la même longueur que les segments [AH] et [HB] : le point H' est donc aussi le milieu de [A'B'].

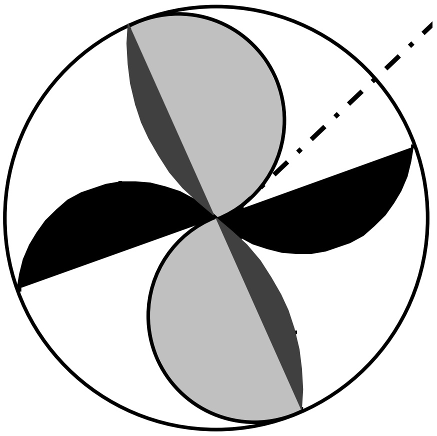
<u>Remarque</u> Comme pour la symétrie axiale, on dit que **la symétrie centrale conserve** (ne change pas) :

- **l'alignement** ;
- les **longueurs** (périmètres, rayons, milieu, ...) ;
- la **mesure des angles** ;
- les **aires**.

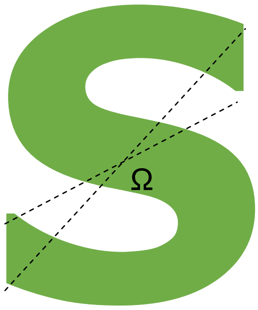
II. *Centre de symétrie d'une figure*

<u>*Définition*</u> Un point est le **centre de symétrie d'une figure** lorsque le symétrique de la figure par rapport à ce point est elle-même.

<u>*Exemples*</u> Le point O est le centre de symétrie de cette figure : si on effectue un demi-tour autour de O, la figure obtenue se superpose avec la figure initiale…



Le point Ω est le centre de symétrie de la lettre S : si on effectue un demi-tour autour de Ω, la figure obtenue est toujours un S qui se superpose exactement avec la figure initiale…

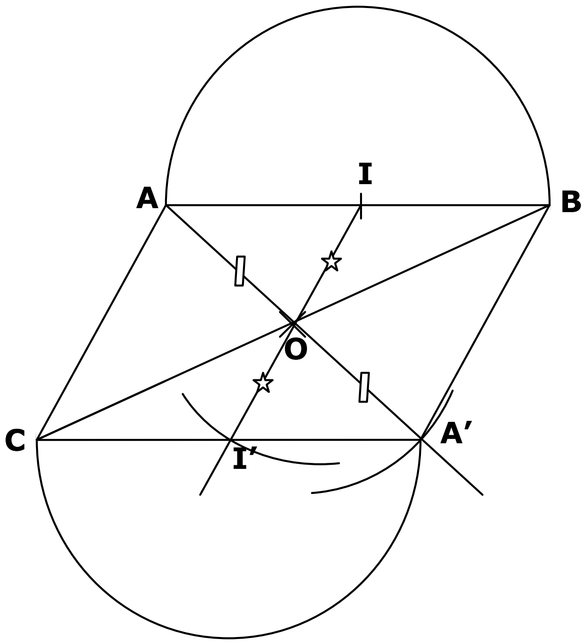


Info : le symbole Ω se dit « Oméga » (lettre O en grec).

EXERCICE TYPE 3 **Centre de symétrie d'une figure**

Sur la figure ci-dessous, le point O doit être le centre de symétrie de la figure. Compléter la construction de cette figure.

<u>*Solution*</u> :



<u>*Remarque*</u> : pour cette construction, on sait notamment que le rayon des deux demi-cercles sont égaux car, d'après la leçon, « si deux cercles sont symétriques par rapport à un point, alors ils ont le même rayon ».