

Chapitre n°13 INITIATION AU CALCUL LITTÉRAL

En mathématiques, on utilise parfois une lettre pour remplacer une grandeur que l'on souhaite étudier. On appelle « **expression littérale** » tout type de calcul dans lequel on utilise une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

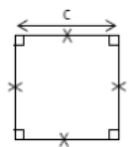
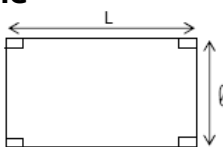
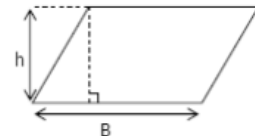
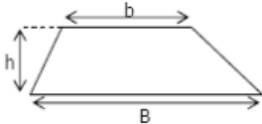
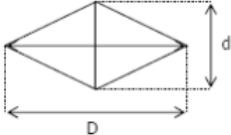
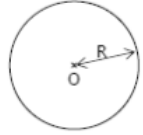
I. Conventions d'écriture dans les expressions littérales

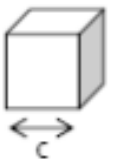
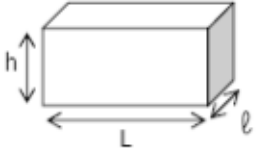
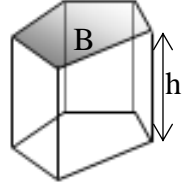
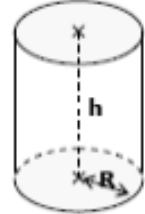
A savoir Dans une expression littérale, **on peut supprimer le signe « x »** entre :

- Un nombre et une lettre : $5 \times a = 5a$;
- Deux lettres : $a \times b = ab$;
- Un nombre et une parenthèse : $7 \times (d + q) = 7(d + q)$;
- Une lettre et une parenthèse : $a \times (b + c) = a(b + c)$;
- Deux parenthèses : $(9 + t) \times (1 - t) = (9 + t)(1 - t)$
- Deux lettres identiques : $a \times a = a^2$ (on dit « *a au carré* »)
- Trois lettres identiques : $a \times a \times a = a^3$ (on dit « *a au cube* »)

II. Appliquer une formule pour calculer des grandeurs

Formulaire (voir chapitre n°10) :

Figures planes (2D) : périmètre et aire		
<p>Carré</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Périmètre = $4c$ • Aire = c^2 	<p>Rectangle</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Périmètre = $2(L+l) = 2L + 2l$ • Aire = $L \ell$ 	<p>Parallélogramme</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Aire = Bh
<p>Trapèze</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Aire = $(B+b)h \div 2$ 	<p>Losange</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Aire = $Dd \div 2$ 	<p>Cercle et disque</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Périmètre du cercle = $2\pi R$ • Aire du disque = πR^2

Solides (3D)			
<p>Cube</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Volume = c^3 	<p>Pavé droit (parallélépipède rectangle)</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Volume = $L \times l \times h = L\ell h$ 	<p>Prisme droit</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Volume = $B \times h = Bh$ (où B est l'aire de la Base) 	<p>Cylindre (de révolution)</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Volume = $\pi R^2 h$

EXERCICE TYPE 1

Un vase cylindrique de diamètre 12 cm et de hauteur 9 cm peut-il contenir un litre d'eau ?

Solution Pour calculer le volume **V** du vase, il nous faut le rayon (**R** = 6 cm) et la hauteur (**h** = 9 cm) :

$$V = \pi R^2 h = \pi \times 6^2 \times 9 = 324 \pi \approx 1\,018 \text{ cm}^3.$$

On rappelle que : 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³.

Comme 1 018 cm³ > 1 000 cm³, ce vase peut contenir un litre d'eau.

On donne une valeur exacte, puis une valeur approchée.

III. Tester une égalité d'expressions littérales ?

A savoir Pour tester une égalité, il faut **calculer chaque membre de l'égalité séparément** pour vérifier s'ils sont égaux ou non.

EXERCICE TYPE 2

Tester l'égalité $9 - 6b = 3(3 - 5b)$ pour $b = 0$? Et puis pour $b = 1$?

Solution × Pour $b = 0$, on a : $9 - 6b = 9 - 6 \times 0 = 9$
 $3(3 - 5b) = 3(3 - 5 \times 0) = 9$
 Cette égalité est bien vraie pour $b = 0$.

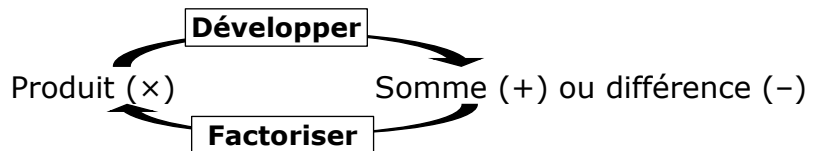
× Pour $b = 1$, on a : $9 - 6b = 9 - 6 \times 1 = 3$
 $3(3 - 5b) = 3(3 - 5 \times 1) = -6$
 Cette égalité n'est pas vraie pour $b = 1$.

IV. Transformer une écriture littérale : développer ou factoriser

Au chapitre n°1, nous avons vu comment effectuer certains calculs mentaux. Par exemple :

en développant...		en factorisant...	
$A = 12 \times 110$	$B = 25 \times 99$	$C = 137 \times 5,62 + 137 \times 4,38$	$D = 125 \times 8 - 125 \times 7,99$
$A = 12 \times (10 + 100)$	$B = 25 \times (100 - 1)$	$C = 137 \times (5,62 + 4,38)$	$D = 125 \times (8 - 7,99)$
$A = 12 \times 10 + 12 \times 100$	$B = 25 \times 100 - 25 \times 1$	$C = 137 \times 10$	$D = 125 \times 0,01$
$A = 120 + 1\,200$	$B = 2\,500 - 25$	$C = 1370$	$D = 1,25$
$A = 1\,320$	$B = 2\,475$		

A savoir
 (rappel : voir chapitre n°1)



Distributivité simple

$$a(b+c) = ab + ac.$$

produit somme

EXERCICE TYPE 3

Transformer une expression littérale...

1. Développer les expressions suivantes : $H = 8(x + 3)$; $K = 2x(5x - 1)$

2. Factoriser les expressions suivantes : $M = 5x - 7x$ et $P = 9x^2 - 4x^2$

Solution 1. $H = 8(x + 3) = 8x + 24$; $K = 2x(5x - 1) = 2x \times 5x - 2x \times 1 = 10x^2 - 2x$

2. $M = 5x - 7x = (5 - 7)x = -2x$; $O = 9x^2 - 4x^2 = (9 - 4)x^2 = 5x^2$