Chapitre n°10
L'ESPACE : GRANDEURS ET GEOMETRIE EN 3D

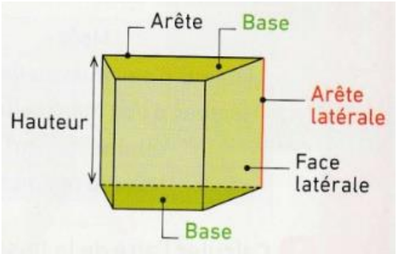
I. *Constructions et représentations*

1. Prisme droit

Définition

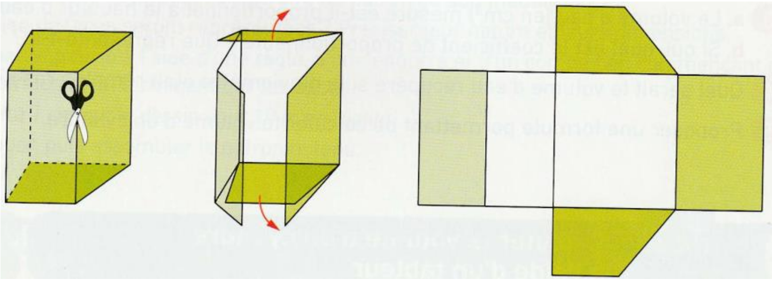
Un **prisme droit** est un solide qui a :
- deux faces parallèles et superposables qui sont des polygones, appelées **bases** ;
- des **faces latérales** rectangulaires perpendiculaires aux bases.

Représentation en **perspective cavalière**



Les arêtes en pointillés sont les arêtes cachées…

Pour construire : patron d'un prisme droit

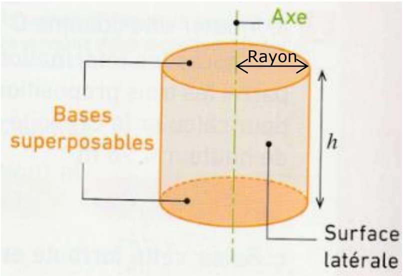


2. Cylindre de révolution

Définition

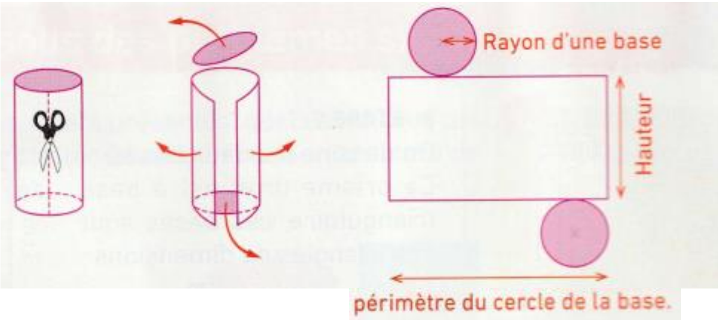
Un **cylindre de révolution** est un solide qui a :
- deux faces parallèles et superposables qui sont des disques, appelées **bases** ;
- une **face latérale** qui « entoure » les bases et dont le patron est un rectangle.

Représentation en **perspective cavalière**



En perspective cavalière, les bases d'un cylindre sont représentées par des ovales.

Pour construire : patron d'un cylindre de révolution

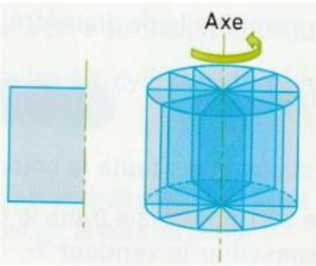


La longueur du rectangle sur le patron est égale au périmètre du cercle de la base :

Longueur du rectangle = $2\pi R$ $= 2 \times \pi \times$ Rayon

Remarque

On peut obtenir un cylindre de révolution en faisant tourner un rectangle autour d'un axe.



II. Grandeurs d'un prisme droit et d'un cylindre

1. Unités de longueur, d'aire et de volume…

Exemple 1 Convertir **15,342 hm** en **m**, puis en **cm**.

Pour bien utiliser un tableau de conversion,
il faut placer ***le chiffre des unités*** *dans la colonne de l'****unité proposée****…*

kilo-	hecto-	déca-		déci-	centi-	milli-
unité de mille	centaine	dizaine	UNITE	dixième	centième	millième
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
1	**5**	**3**	**4**	**2**	**0**	

On a donc : **15,342 hm = 1 534, 2 m = 153 420 cm**.

Exemple 2 Convertir : **1**,20 m² en cm² et 500 00**0** m² en ha.

Rappel de 6ème :
1 dm² = 100 cm²

km²		**hm²** / **ha**		**dam²** / **a**		**m²**		**dm²**		**cm²**		**mm²**	
							1	**2**	**0**	**0**	**0**		
		5	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**						

On a donc : **1**,20 **m²** = 12 00**0** **cm²** ; 500 00**0** m² = 5**0** hm² = 5**0** ha

Exemple 3 Effectuer les conversions ci-dessous.

Rappel de 6ème :
1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³

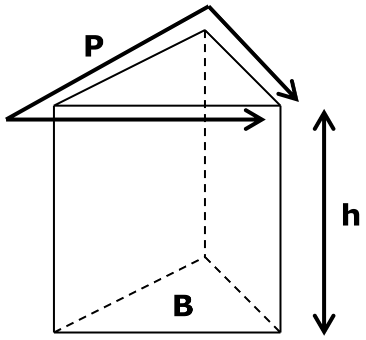
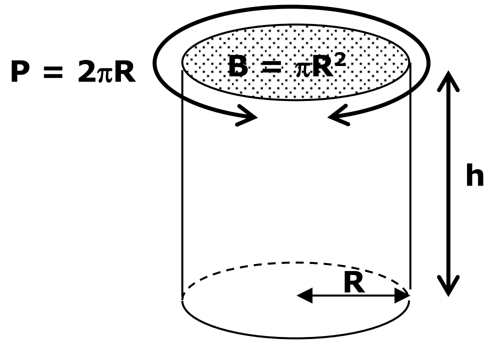
		m³			**dm³**			**cm³**			**mm³**
			hL	**daL**	**L**	**dL**	**cL**	**mL**			
		4	**1**	**8**	**0**						
					0	**0**	**1**	**2**			
			3	**4**	**6**	**9**					
				3	**4**	**2**	**0**	**0**			
						3	**5**	**0**	**0**	**0**	**0**

On a donc : 4,18 m³ = 4 180 dm³
12 cm³ = 0,012 dm³
3,469 hL = 346,9 L = 3469 dL
3,5 dL = 350 cm³ = 350 000 mm³
34,2 L = 34,2 dm³ = 34 200 cm³ = 34 200 mL

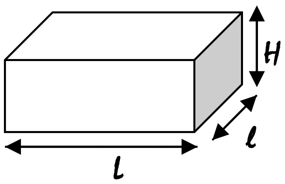
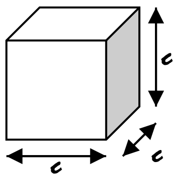
2. Aire latérale et volume d'un prisme droit et d'un cylindre

Formules Pour un prisme droit et un cylindre, les formules sont identiques :

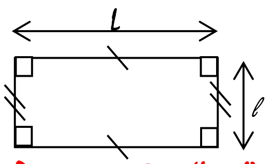
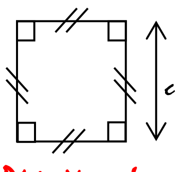
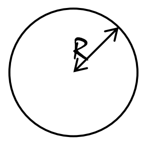
- **Aire latérale = périmètre d'une base × hauteur du prisme**
- **Volume = aire d'une Base × hauteur du prisme**

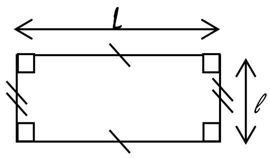
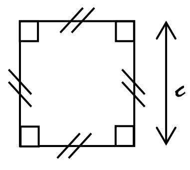
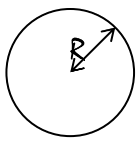
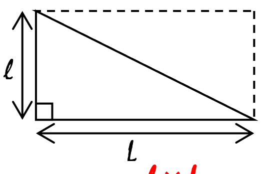
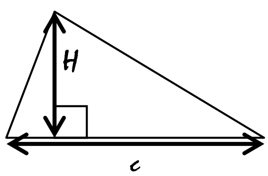
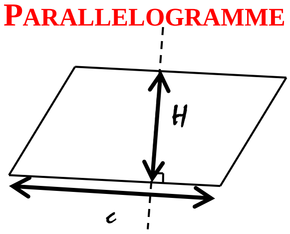
Prisme droit	*Cylindre*
	
- Aire latérale = P × h - Volume = B × h (où B est l'**aire** d'une base)	- Aire latérale = p × h = 2πR × h = 2×π×R×h - Volume = B × h = πR² × h = π×R××Rh

Cas particuliers

PAVE DROIT	CUBE
Volume $= L \times \ell \times H$ 	Volume $= c \times c \times c$ 

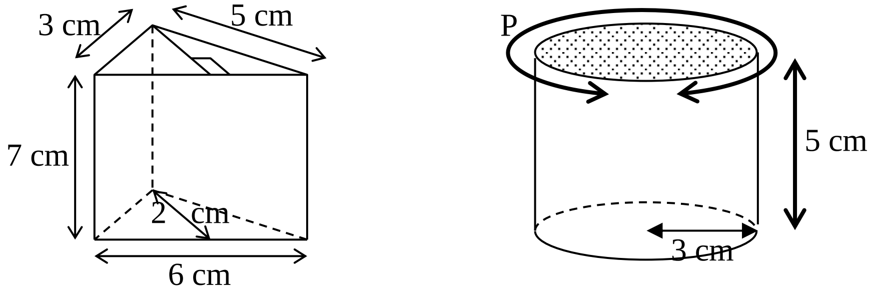
A savoir **PERIMETRE ET AIRE : Mon bilan de fin d'année de 5ème**

PERIMETRE		
RECTANGLE	CARRE	CERCLE
		
Périmètre $= 2 \times (L + \ell)$	Périmètre $= 4 \times c$	Périmètre $= 2 \times \pi \times R$

AIRE		
RECTANGLE	CARRE	CERCLE
		
Aire = Longueur × largeur $= L \times \ell$	Aire = côté × côté $= c \times c$	Aire $= 2 \times R \times R$
TRIANGLE RECTANGLE	TRIANGLE	PARALLELOGRAMME
		
Aire $= \dfrac{\ell \times L}{2}$ *L'aire d'un triangle rectangle est la moitié de celle du rectangle correspondant.*	Aire $= \dfrac{\text{côté} \times \text{Hauteur associée}}{2} = \dfrac{c \times H}{2}$	Aire = côté × Hauteur associée $= c \times H$

EXERCICE TYPE

Calculer l'aire totale et le volume du prisme droit et du cylindre suivants.



Solution

✓ *Pour le prisme droit :*

- Pour calculer l'aire totale, il faut calculer l'aire latérale et l'aire des deux bases :

  - Aire latérale = (3 + 5 + 6) × 7 = 98 cm^2

  - Aire d'une base = $\dfrac{\text{base du triangle} \times \text{hauteur du triangle}}{2} = \dfrac{6 \times 2}{2}$ = 6 cm^2

  - **Aire totale** = Aire latérale + 2 × Aire d'une base = 98 + 2×6 = **110 cm^2**.

- Pour calculer le volume, on applique la formule :

  - **Volume** = Aire d'une base du prisme × hauteur du prisme = 6 × 7 = **42 cm^3**

✓ *Pour le cylindre :*

- Pour calculer l'aire totale, il faut calculer l'aire latérale et l'aire des deux bases :

  - Aire latérale = 2πR × h = 2×π×3×5 = 30π ≈ 94,2 cm^2

  - Aire d'une base = πR^2 = π×3×3 = 9π ≈ 28,3 cm^3

  - **Aire totale** = Aire latérale + 2 × Aire d'une base ≈ 94,2 + 2×28,3 ≈ **150,8 cm^2**.

- Pour calculer le volume, on applique la formule :

  - **Volume** = πR^2 × h = π×3×3×5 = 45π ≈ **141,4 cm^3**