

Fiche n°2

**UNE NOUVELLE TRANSFORMATION : LA SYMETRIE CENTRALE**

Préliminaire (exposé oral d'introduction, non présent dans le cahier de l'élève)

Dans la nature, en arts plastiques, en architecture, en sciences de la vie et de la terre, en optique, etc., on utilise régulièrement des transformations de figures...

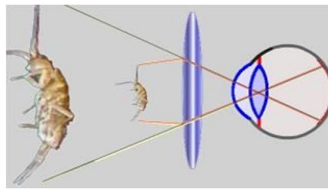
Voici quelques exemples :



Œuvre d'Escher (pavage)



Papillon (symétrie axiale)



Loupe (agrandissement)

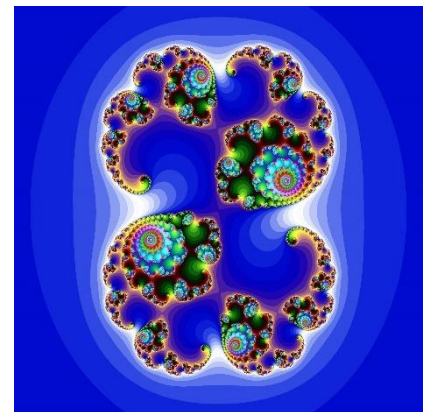


Miroir cylindrique (anamorphose)

Au cycle 3, les élèves ont étudié la symétrie axiale.

Plusieurs autres transformations géométriques vont être étudiées au cycle 4 (de la 5<sup>ème</sup> à la 3<sup>ème</sup>). Et d'autres comme l'anamorphose ne sont pas au programme du collège...

En 5<sup>ème</sup>, nous allons travailler sur une nouvelle transformation géométrique qui permet aussi d'obtenir de fantastiques figures, comme la fractale ci-contre.

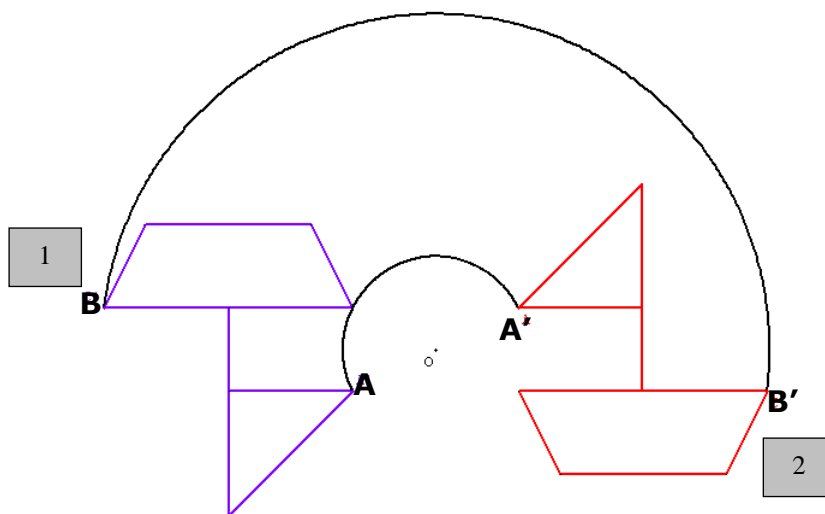


Fractale

**I. Symétrie centrale : définition et vocabulaire**

Une **symétrie centrale** est un demi-tour autour d'un point appelé **centre de symétrie**.

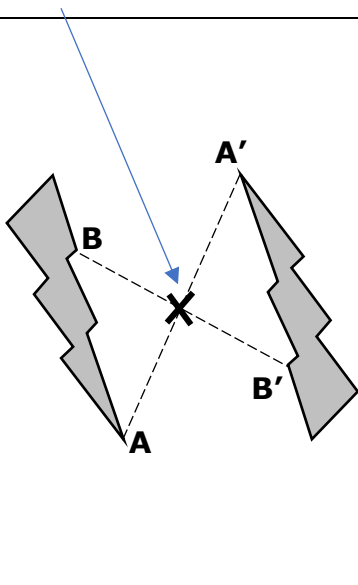
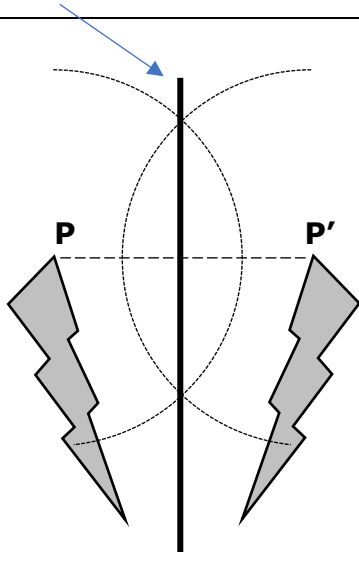
Exemple



On dit que A' est le **symétrique** de A **par rapport au point O** ou encore que les points B et B' sont symétriques par rapport au point O.

On dit aussi que le symétrique de la figure 1 par rapport au point O est la figure 2.

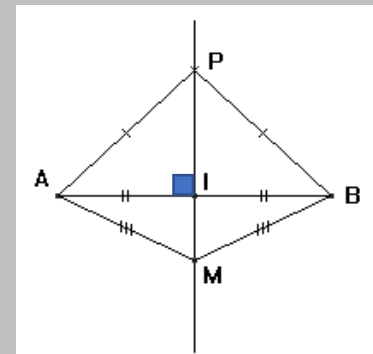
## II. Ne pas confondre symétrie axiale et symétrie centrale !

	Symétrie <b>centrale</b>	Symétrie <b>axiale</b>
On effectue :	• « un <b>demi-tour</b> »	• « un <b>pliage</b> » (miroir)
Par rapport à :	• un <b>centre</b> de symétrie (point)	• un <b>axe</b> de symétrie (droite)
Figure :		
Caractéristique :	<ul style="list-style-type: none"> <li>Le centre de symétrie est le <b>milieu</b> de tous les segments qui relient un point <b>A</b> et son symétrique <b>A'</b>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>L'axe de symétrie est la <b>médiatrice</b> de tous les segments qui relient un point <b>P</b> et son symétrique <b>P'</b>.</li> </ul>

### Rappel Médiatrice d'un segment

Définition La **médiatrice d'un segment** est la droite qui :  
 ☞ est **perpendiculaire** à ce segment  
 ☞ et qui **pass**e par le **milieu** de ce segment.

Exemple La droite (d) est la médiatrice du segment [AB] :  
 • (d) est perpendiculaire à [AB] ;  
 • (d) coupe le segment [AB] en son milieu I.



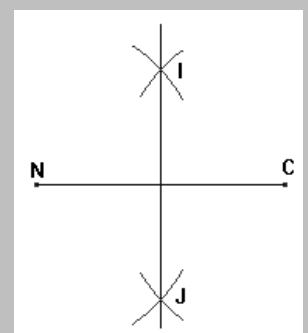
Propriété Un point de la médiatrice d'un segment est un point situé à la même distance (« **équidistant** ») des extrémités de ce segment.

Exemple Sur la figure ci-dessus, on a :  $MB = MA$  ;  $IA = IB$  ;  $PA = PB$ .  
 On dit que les points M, I et P sont équidistants des points A et B.  
 La droite (PM) est donc la médiatrice du segment [AB].

### Construction avec le compas d'une médiatrice

Pour tracer la médiatrice d'un segment [NC] :

- ☞ De chaque côté du segment, on trace deux arcs de cercle **de même rayon** (un de centre N et un de centre C) ;
- ☞ Les arcs de cercle se coupent en deux points I et J, équidistants de N et de C : la droite (IJ) est la médiatrice du segment [NC].

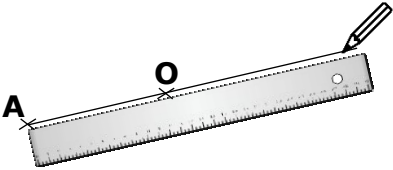
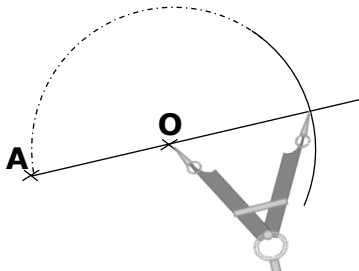
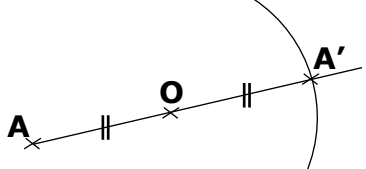


### III. Construire le symétrique d'un point (avec le compas)

**Propriété** Si le point O est le **milieu** d'un segment [AA'], alors A' est le symétrique de A par rapport au point O (symétrie centrale).

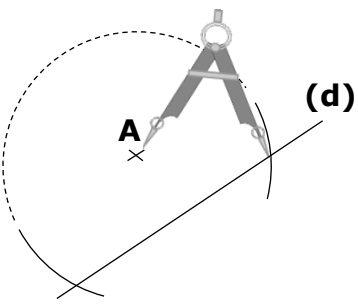
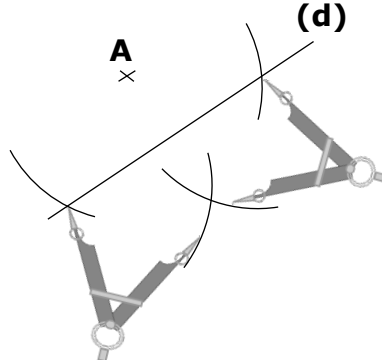
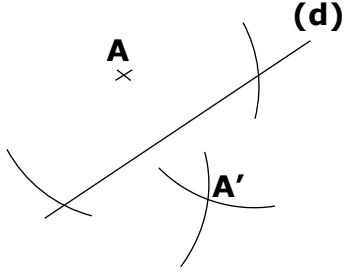
**Méthode** Pour construire le symétrique d'un point (**symétrie centrale**)

**Exemple :** Tracer le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O.

		
<p><b>Avec la règle</b>          (sans utiliser les graduations),          on trace          la <b>demi-droite</b> [AO)</p>	<p><b>Avec le compas,</b>          on <b>reporte</b> la longueur AO          sur la demi-droite [AO),          à partir du point O</p>	<p>On place le point A'          à l'<b>intersection</b> de la demi-          droite et de l'arc de cercle.</p>
<p>On <b>code</b> la figure et on laisse tous les <b>traits de construction visibles</b>.</p>		

**Rappel** Pour construire le symétrique d'un point (**symétrie axiale**)

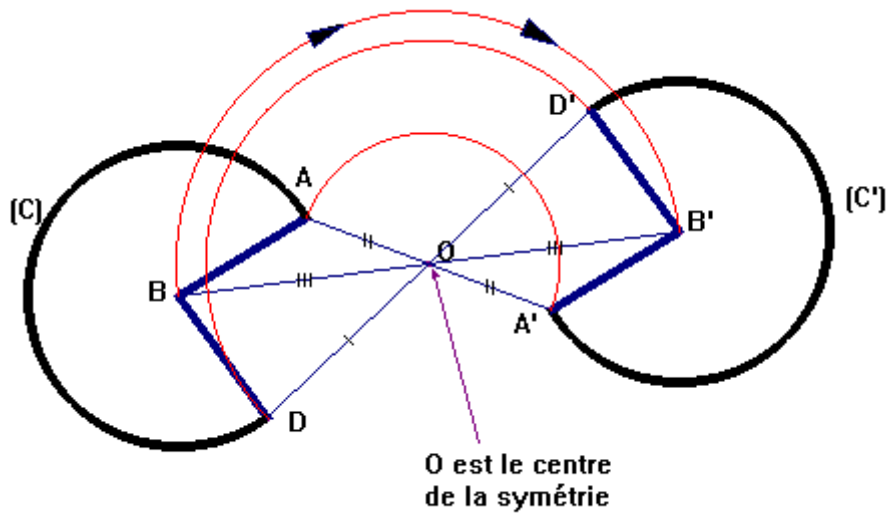
**Exemple :** Tracer le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à (d)

		
<p><b>Avec Le compas,</b>          on place deux points          sur la droite (d).</p>	<p><b>Sans changer l'écartement</b>          du compas,          on trace deux arcs de cercle          de l'autre côté de l'axe.</p>	<p>On place le point A'          A l'<b>intersection</b>          des deux arcs de cercle.</p>
<p>On laisse tous les <b>traits de construction visibles</b>.</p>		

#### IV. Construire le symétrique d'une figure

Méthode Pour construire le symétrique d'une figure entière

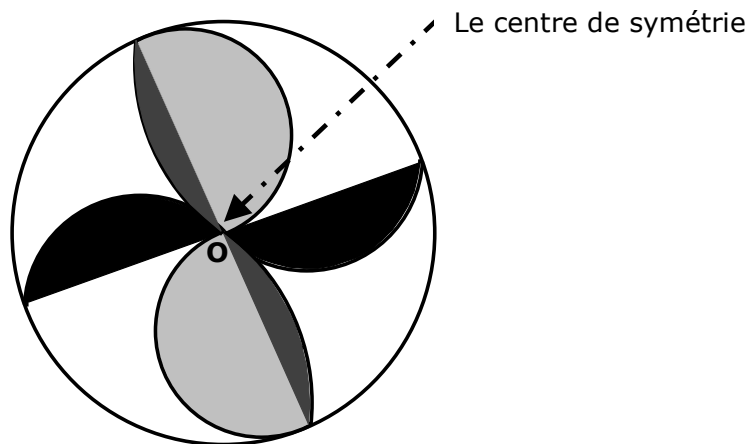
- On nomme tous les points importants de la figure ;
- On construit le symétrique de chaque point de cette figure...



#### V. Construire le symétrique d'une figure

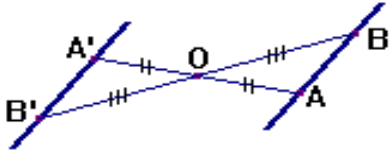
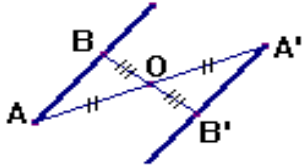
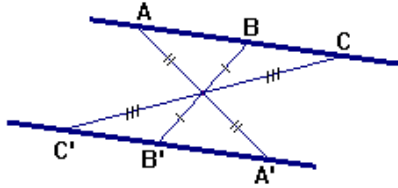
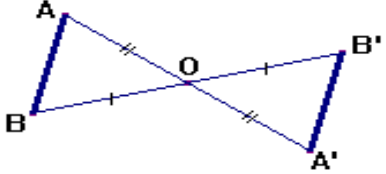
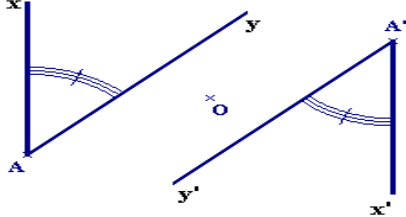
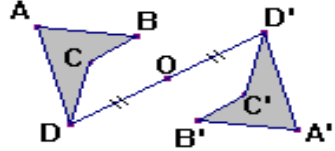
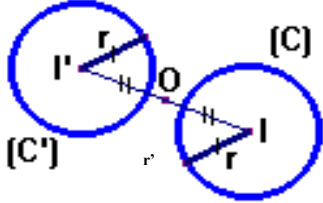
Définition Un point est le **centre de symétrie d'une figure** lorsque le symétrique de la figure par rapport à ce point est elle-même.

Exemple Le point O est le centre de symétrie de cette figure : si on effectue un demi-tour autour de O, la figure obtenue se superpose avec la figure initiale...



## VI. Propriétés de la symétrie centrale

### Propriétés et figures-clé

<p><b>Si</b> deux <b>droites</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces droites sont <b>parallèles</b> .</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que :  <math>(AB) // (A'B')</math></p>	
<p><b>Si</b> deux <b>demi-droites</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces demi-droites sont <b>parallèles</b> mais sont de <b>sens contraire</b>.</p>	
<p><b>Si</b> trois points sont <b>alignés</b>, <b>alors</b> leurs symétriques sont aussi <b>alignés</b>.</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que : A', B' et C' sont alignés</p>	
<p><b>Si</b> deux <b>segments</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces segments ont la <b>même longueur</b> .</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que :  <math>AB = A'B'</math></p>	
<p><b>Si</b> deux <b>angles</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces angles ont la <b>même mesure</b>.</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que :  <math>\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}</math></p>	
<p><b>Si</b> deux <b>figures</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces figures ont la <b>même aire</b>.</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que les figures ABCD et A'B'C'D' ont la même aire. (elles peuvent se superposer)</p>	
<p><b>Si</b> deux <b>cercles</b> sont symétriques par rapport à un point, <b>alors</b> ces cercles ont le <b>même rayon</b>.</p> <p>Sur la figure-clé, on peut conclure que les cercles (C) et (C') ont le même rayon (<math>r = r'</math>)</p>	

**Remarque** Comme pour la symétrie axiale, on dit que **la symétrie centrale conserve** (ne change pas) :

- × **l'alignement** ;
- × les **longueurs** (périmètres, rayons...) ;
- × la **mesure des angles** ;
- × les **aires**.